Probabilidad

Técnicas de conteo y definición de probabilidad

Edimer David Jaramillo - Bioestadística 1

Febrero de 2019

Tećnicas de conteo

Regla de la multiplicación

Si un proceso consta de k partes, donde la primera parte se puede hacer de n_1 formas, la segunda parte de n_2 formas, . . . , y la $k-\acute{e}sima$ parte de n_k formas, entonces el proceso puede realizar de:

$$n_1 \; * n_2 \; * ... * n_k$$

Combinaciones

¿Cuántos subconjuntos de tamaño r se pueden formar de un conjunto de tamaño n?

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ejemplo: ¿cuántos subconjuntos de tamaño 2 se puede obtener de un conjunto de cuatro personas?

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$$

Permutaciones

¿Cuántos subconjuntos **ordenados** de tamaño r se pueden formar de un conjunto de tamaño n?

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Ejemplo: ¿cuántos subconjuntos de tamaño 2 se puede obtener de un conjunto de cuatro personas, si el primero en ser elegido será presidente y el segundo el vicepresidente?

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$$

Probablidad

Concepto

Dado un experimento aleatorio con un especio de n sucesos o eventos elementales Ω, la probabilidad del suceso A, que se designa mediante $P(A)$, es el cociente entre la cantidad de casos favorables para la ocurrencia de A y la de casos posibles. La probabilidad de ocurrencia de cada suceso elemental es $1/n$, por tanto, se denominan equiprobables.

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\Omega) = 1$
- Si $A1, \ A2, \ A3 \ldots$ es una colección infinita de eventos mutuamente excluyentes, entonces:

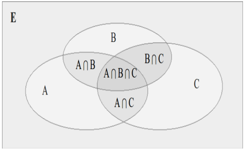
$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \ldots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Propiedades

1. $P(\emptyset) = 0$ (suceso imposible)
2. Para cualquier evento $P(E) \leq 1$
3. $P(E^c) = 1 - P(E)$
4. Si $A \subseteq B$, entonces, $P(A) \leq P(B)$
5. $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
6. **Regla de la adición:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

   6.1 **Regla de la adición (A, B y C):**

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap$$



Enfoques para el cálculo de probabilidades

- Clásico:

$$P(A) = \frac{n_A}{n}$$

- Frecuentista:

$$P(A) = \frac{\textit{Número de veces que se presentó } A}{\textit{Número de veces que se observó el experimento}}$$

- Subjetivo:

$$P(A) \; = \; \textit{Criterio de un experto}$$

Ejemplos

Ejemplo 1

- Se realizó una encuesta en determinada ciudad sobre medio de transporte y se encontró que el 70% usan servicios públicos de transporte, 40% usa transporte particular y el 30% usan ambos tipos. Calcular la probabilidad de que se use algún tipo de transporte. **Rta: 0.8**

Ejemplo 2

- De la producción de plántulas de determinadas especificaciones, surge que el 5% de ellas no posee el largo requerido, el 7% no tiene el diámetro requerido y el 2% tiene ambas. Si se elige una plántula al azar, cuál es la probabilidad de:
    - Tenga al menos uno de los dos defectos (**Rta: 0.10**)
    - Tenga sólo el defecto del largo (**Rta: 0.03**)
    - Tenga solo uno de los dos (**Rta: 0.08**)
    - No tenga defectos (**Rta: 0.90**)

Ejemplo 3

- La siguiente imagen muestra los resultados de 940 obleas de un proceso de fabricación de semiconductores. Se elige al azar una oblea de la tabla. Sea A el evento en que la oblea tiene altos niveles de contaminación y B el evento en que la oblea está en el centro de atención electrónica. Obtener:
  - $P(A)$ (**Rta: 0.38085**)
  - $P(B)$ (**Rta: 0.33404**)
  - $P(A \cap B)$ (**Rta: 0.2617**)
  - $P(A \cup B)$ (**Rta: 0.45319**)
  - $P(A - B)$ (**Rta: 0.11915**)

		Centro de instrumentación	
		No	Sí
Contaminación	No	514	68
Alta	Sí	112	246

Ejemplo 4

- En un sistema de producción de hortalizas se detectan tres plagas. El 25% de las plantas tiene la enfermedad A, el 20% B y el 30% C. El 12% la A y B, el 10% la A y C, el 11% B y C y el 5% tiene las tres enfermedades. Obtener:
  - El diagrama de Venn para representar el enunciado.
  - La probabilidad de que una planta posea alguna de las enfermedades. (**Rta: 0.47**)
  - La probabilidad de que una planta posea la enfermedad A pero no la B. (**Rta: 0.13**)
  - La probabilidad de que una planta posea la enfermedad B y C pero no la A. (**Rta: 0.06**)

Ejemplo 5

- Se tiene un lote de 200 animales, de los cuales 88 requieren se vacunados y lo están, 28 necesitan la vacuna pero no lo están, 4 no necesitan la vacuna pero están vacunados, 80 no necesitan la vacuna y no están vacunados. Determine las probabilidades para los siguientes eventos:
  - El animal requiere ser vacunado (**Rta: 0.58**)
  - El animal requiere ser vacunado pero no lo está (**Rta: 0.14**)
  - El animal está vacunado, sea que lo requiera o no. (**Rta: 0.46**)